مقاييس النزعة المركزيه

3.3 الوسيط

(٢) الوسيط:-

هو القيمة التي تتوسط مجموعة القيم بعد ترتيبها تصاعدياً او تنازلياً
بمعنى انه القيمة التي في منتصف المفردات، بحيث :
عدد المفردات التي تقل عن الوسيط = عدد المفردات التي يزيد عن الوسيط

❖ **طرق حسابه:-**

(أ) في حالة البيانات غير المبوبة :-

(ب) في حالة البيانات المبوبة :-

(أ) في حالة البيانات غير المبوبة:-

طريقة حسابه:-

يتم ترتيب البيانات تصاعديا او تنازليا ثم ناخذ القيمة التي تقع في منتصف البيانات:

- اذا كان عدد البيانات فرديا يكون الوسيط القيمة التي ترتيبها = $\frac{n+1}{2}$

مثال: احسب الوسيط للبيانات التالية (٣ ، ٨ ، ٥ ، ٤ ، ٩)
الحل:
عدد المفردات = ٥ وهو رقم فردي

اذا الوسيط هو القيمة التي ترتيبها = $\frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$

وبترتيب البيانات تصبح (٣ ، ٤ ، ٥ ، ٨ ، ٩) ..... وعليه يكون الوسيط = ٥
(٥ ٤ ٣ ٢ ١)

- اذا كان عدد البيانات زوجيا يحسب الوسيط كالتالي:

نرتب البيانات تصاعديا او تنازليا ثم نطبق القانون:-

$$\frac{\text{القيمة التي ترتيبها } \left(\frac{n}{2}\right) + \text{القيمة التي ترتيبها } \left(\frac{n}{2}\right)+1}{2}$$

بمعنى آخر الوسيط للبيانات الزوجية هو = الوسط الحسابي للقيمتين الواقعتين في منتصف البيانات بعد الترتيب
أي انه الوسط الحسابي للقيمة التي ترتيبها $\left(\frac{n}{2}\right)$ والقيمة التي ترتيبها $\left(\frac{n}{2}\right)+1$

مثال: احسب الوسيط لاوزان ٦ اشخاص كالتالي (٥٠ ، ٦٠ ، ٨٠ ، ٧٠ ، ٤٠ ، ١٠٠)
الحل:
عدد المفردات = ٦ وهو رقم زوجي
نرتب البيانات تصاعديا كالتالي (٤٠ ، ٥٠ ، ٦٠ ، ٧٠ ، ٨٠ ، ١٠٠)
اذا القيمة التي ترتيبها $\left(\frac{n}{2}\right) = \frac{٦}{٢} = ٣$ ..... والقيمة التي ترتيبها $\left(\frac{n}{2}\right)+1 = \left(\frac{6}{2}\right)+1 = 4$

وبتطبيق القانون – أي اخذ الوسط الحسابي للقيمتين ذات الترتيب الثالث والرابع وهما (٦٠ و ٧٠)

$$\frac{٧٠ + ٦٠}{٢} = \frac{١٣٠}{٢} = ٦٥$$

ahmed.hmood@sci.utq.edu.iq Geology dept. / Science college/ University of thi-Qar

(ب) في حالة البيانات المبوبة:-

طريقة حسابه:-

(١) بالحساب (٢) بالرسم

(١) بالحساب: نتبع الخطوات التالية:-

(أ) نكون من الجدول التكراري جدولا تكراريا متجمعا صاعداً او نازلاً

(ب) نحدد ترتيب الوسيط وهو = $\frac{N}{2} = \frac{\sum f}{2} = \frac{\text{مجموع التكرارات}}{٢}$

(ج) نحدد بداية الفئة الوسيطية – وهي الفئة التي يقع فيها الوسيط – أي التي تقع فيها المفردة ذات الترتيب $= \frac{N}{2}$

(د) نحدد قيمة الوسيط داخل الفئة الوسيطية باستخدام العلاقة التالية:-

$$Med = A + \frac{\frac{n}{2} - f_1}{f_2 - f_1} \times L$$

حيث: A = الحد الادنى للفئة الوسيطية

$\frac{N}{2}$ = ترتيب الوسيط

f_1 = التكرار المتجمع السابق

f_2 = التكرار المتجمع اللاحق

L = طول الفئة الوسيطية

مثال: من جدول الاجور اليومية التي يحصل عليها ١٠٠ عامل في احدى المصانع التالي

فئات الاجور	التكرار
٦٠ -	٥
٧٠ -	١٥
٨٠ -	٢٠
٩٠ -	٣٠
١٠٠ -	١٥
١١٠ -	١٠
١٢٠ – ١٣٠	٥
المجموع	١٠٠

المطلوب: اوجد الوسيط للاجور من البيانات المبوبة السابقة؟

ahmed.hmood@sci.utq.edu.iq Geology dept. / Science college/ University of thi-Qar

الحل:

(أ) نكون الجدول التكراري المتجمع كالتالي:-

فئات الاجور	التكرار	فئات المتجمع الصاعد	تكرار المتجمع الصاعد
٦٠ -	٥	اقل من ٧٠	٥
٧٠ -	١٥	اقل من ٨٠	٢٠
٨٠ -	٢٠	اقل من ٩٠	٤٠
٩٠ -	٣٠	اقل من ١٠٠	٧٠
١٠٠ -	١٥	اقل من ١١٠	٨٥
١١٠ -	١٠	اقل من ١٢٠	٩٥
١٢٠ – ١٣٠	٥	اقل من ١٣٠	١٠٠
المجموع	١٠٠		

$\frac{N}{2}=$ ٥٠

الحل:

(ب) نحدد ترتيب الوسيط وهو = $=\frac{N}{n}$ = $\frac{١٠٠}{٢}$ = ٥٠ - وهي تقع بين فئتي (اقل من ٩٠) و (اقل من ١٠٠)

(ج) نحدد الفئة الوسيطية وهي التي يقع فيها ترتيب الوسيط (٥٠) وهي فئة (اقل من ٩٠) لانها بداية الفئة الوسيطية

(د) نحدد قيمة الوسيط داخل الفئة الوسيطية باستخدام العلاقة التالية:-

$$Med = A + \frac{\frac{n}{2} - f_1}{f_2 - f_1} \times L$$

البيانات المطلوبة:- $= A$ الحد الادنى للفئة الوسيطية = 90

$=\frac{N}{2}$ ترتيب الوسيط = 50

$= f_1$ التكرار المتجمع السابق= 40

$= f_2$ التكرار المتجمع اللاحق = 70

$= L$ طول الفئة الوسيطية = 10

وباستخدام العلاقة:-

$$Med = 90 + \frac{\frac{100}{2} - 40}{70 - 40} \times 10$$

$$Med = 90 + \frac{10}{30} \times 10 = 90 + \frac{100}{30}$$

$$Med = 90 + 3.3 = 93.3$$

اذا الوسيط = ٩٣.٣

ahmed.hmood@sci.utq.edu.iq Geology dept. / Science college/ University of thi-Qar

(ب) في حالة البيانات المبوبة:-

طريقة حسابه:-

(٢) بالرسم: نحصل على الوسيط بالرسم من منحنى المتجمع الصاعد او النازل باتباع الخطوات التالية:-

(أ) نكون من الجدول التكراري جدولا تكراريا متجمعا صاعداً او نازلاً

(ب) ترسم المنحنى المتجمع الصاعد او النازل

(ج) نحدد ترتيب الوسيط ، وهو $\left(\frac{\sum f}{2}\right)$ على المحور الراسي

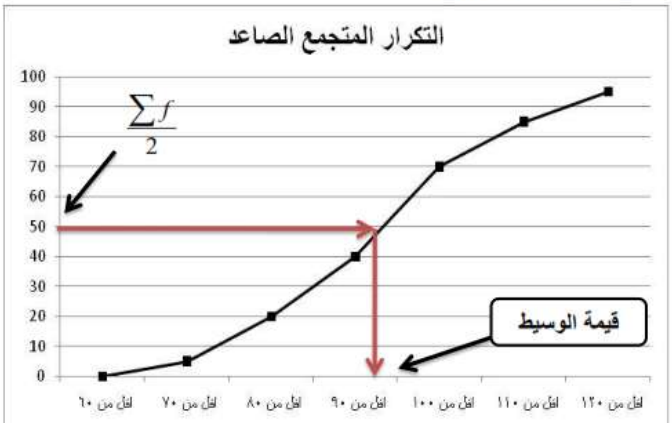
(د) نحدد قيمة الوسيط بان نرسم مستقيما افقيا من نقطة ترتيب الوسيط على المحور الراسي، وعند نقطة تقاطعه مع منحنى المتجمع الصاعد او النازل نسقط منها عمودا على المحور الافقي، ونقطة تقاطعه مع المحور الافقي تكون هي الوسيط (ملاحظة: كلما كان الرسم دقيقا كانت قيمة الوسيط اكثر دقة)

(-) يمكن ايضا ايجاد قيمة الوسيط باستخدام المنحنى المتجمع الصاعد والنازل معا في رسم واحد ، حيث يكون الاحداثي الراسي لنقطة تقاطع المنحنيين تمثل ترتيب الوسيط، ويكون الاحداثي الافقي هو قيمة الوسيط

(ب) في حالة البيانات المبوبة:-

طريقة حسابه:- (٢) بالرسم

مثال: باستخدام الاشكال الثلاثة السابقة في مثال (٨) في الفصل الثاني، نوجد الوسيط كالاتي:-



اولا: من المنحنى المتجمع الصاعد:

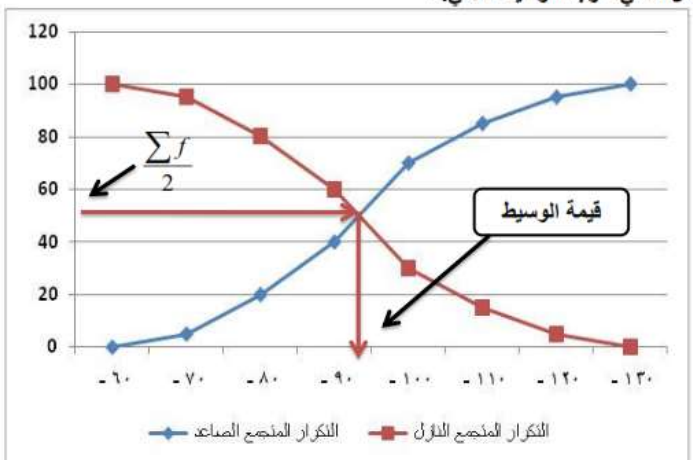
- نحدد ترتيب الوسيط على المحور الراسي

$$\frac{\sum f}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

- ثم نصل مستقيم من ترتيب الوسيط على المحور الراسي الى المنحنى
- ثم من المنحنى نسقط عمودا على المحور الافقي ونحصل على قيمة الوسيط وهي تقريبا = ٩٣،٤

طريقة حسابه:- (٢) بالرسم

مثال: باستخدام الاشكال الثلاثة السابقة في مثال (٨) في الفصل الثاني، نوجد الوسيط كالاتي:-



ثالثا: من المنحنى المتجمع الصاعد والنازل معاً:

- نحدد ترتيب الوسيط على المحور الراسي

$$\frac{\sum f}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

- حيث يكون الاحداثي الراسي لنقطة تقاطع المنحنيين تمثل ترتيب الوسيط، ويكون الاحداثي الافقي هو قيمة الوسيط وهي تقريبا = ٩٣،٤

ahmed.hmood@sci.utq.edu.iq Geology dept. / Science college/ University of thi-Qar

2.4 المنوال Mode

(٣) المنوال (Mod):-

المنوال لمجموعة من القيم هو القيمة الاكثر شيوعاً – اي القيمة التي تتكرر اكثر من غيرها

❖ **طرق حسابه:-**

(أ) في حالة البيانات غير المبوبة :-

(ب) في حالة البيانات المبوبة :-

١- بالحساب:

أ – طريقة الرافعة

ب - طريقة الفروق (طريقة بيرسون)

٢- بالرسم:

❖ **طرق حسابه:-**

(أ) في حالة البيانات غير المبوبة :-

يتم حسابه من واقع التعريف مباشرة – حيث هو القيمة الاكثر تكراراً من غيرها

- قد يكون هناك اكثر من منوال - اذا كان هناك قيمتان او اكثر لهما اكثر تكرار
- وقد لا يكون هناك منوال عندما لا يوجد مفردة متكررة

امثلة: اوجد المنوال من البيانات التالية:-

أ - (٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٥ ، ٨ ، ٥ ، ٦) ⇦ المنوال = ٥ ⇦ لانها تكررت اكثر من غيرها

ب – (٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٥) ⇦ المنوال = لا يوجد ⇦ لعدم تكرار أي قيمة

ج- (٥ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ٧ ، ٨ ، ١٠ ، ٥ ، ٧ ، ٨) ⇦ المنوال = ٧ ، ٨ ⇦ لان لهما اكثر تكرار

• **طرق حسابه:-**

(أ) في حالة البيانات المبوبة :- (١) بالحساب : (أ) طريقة الرافعة

(أ) طريقة الرافعة: تقوم هذه الطريقة على اساس ان المنوال طالما انه القيمة الاكثر تكرارا فانه يقع في الفئة ذات التكرار الاكثر – وهذه الفئة تسمى " الفئة المنوالية"

- ولتحديد قيمة المنوال داخل الفئة المنوالية نستخدم العلاقة التالية:-

$$Mod = A + x$$

حيث: (A): تمثل بداية الفئة المنوالية،

(x) :تحسب من العلاقة التالية:-

$$f_1(x) = f_2(L - x)$$

f_1 = التكرار السابق للفئة المنوالية

f_2 = التكرار اللاحق للفئة المنوالية

L = طول الفئة المنوالية

لاحظ:
العلاقة تهمل تكرار الفئة المنوالية نفسها (f)

ahmed.hmood@sci.utq.edu.iq Geology dept. / Science college/ University of thi-Qar

❖ طرق حسابه:- (أ) في حالة البيانات المبوبة :- (١) بالحساب : (أ) طريقة الرافعة

الحل:

قيمة المنوال: $\boxed{Mod = A + x}$

فئات الاجور	التكرار
٦٠ -	٥
٧٠ -	١٥
٨٠ -	٢٠
٩٠ -	٣٠
١٠٠ -	١٥
١١٠ -	١٠
١٢٠ – ١٣٠	٥
المجموع	١٠٠

f_1 التكرار السابق

الفئة المنوالية

f_2 التكرار اللاحق

ونحصل على (x) من العلاقة:-

$$\boxed{f_1(x) = f_2(L-x)}$$

$$L = 10 \quad f_2 = 15 \quad f_1 = 20$$

$$20(x) = 15(10-x)$$

$$20x = 150 - 15x$$

$$20x + 15x = 150$$

$$35x = 150$$

$$x = \frac{150}{35} = 4.3$$

$\boxed{Mod = 90 + 4.3 = 94.3}$ ⟸

❖ طرق حسابه:- (أ) في حالة البيانات المبوبة :- (١) بالحساب : (أ) طريقة الرافعة

ملاحظات:

- اذا كان تكرار الفئة السابقة للفئة المنوالية اكبر من الفئة اللاحقة فان المنوال يميل نحو بداية الفئة المنوالية أي (٩٠)
- اذا كان تكرار الفئة اللاحقة للفئة المنوالية اكبر من الفئة السابقة فان المنوال يميل نحو نهاية الفئة المنوالية أي (١٠٠)
- اذا كان تكرار الفئة السابقة للفئة المنوالية = الفئة اللاحقة فان المنوال يميل الى مركز الفئة المنوالية (٩٥)

❖ طرق حسابه:- (أ) في حالة البيانات المبوبة :- (١) بالحساب : (أ) طريقة الرافعة

عيوب طريقة الرافعة: $\boxed{f_1(x) = f_2(L-x)}$

انها تهمل تكرار الفئة المنوالية نفسها (f) عند حساب قيمة المنوال ولا يستفاد من تكرارها الا كمؤشر في تحديد الفئة المنوالية وهذا العيب يتم تلافيه في طريقة الفروق (طريقة بيرسون) التالية.

❖ طرق حسابه:- (أ) في حالة البيانات المبوبة :- (١) بالحساب : (ب) طريقة الفروق (بيرسون)

(ب) طريقة الفروق (طريقة بيرسون)

- تتلافى طريقة الفروق بتلافي سلبية طريقة الرافعة في اهمال تكرار الفئة المنوالية في حساب قيمة المنوال.
- وتعتمد طريقة الفروق على تكرارات الفئة المنوالية والفئتين المحيطة بها، وذلك باخذ الفرق بين تكراري الفئة المنوالية والفئة السابقة وكذلك الفرق بين تكراري الفئة المنوالية والفئة اللاحقة كعاملين موثرين في تحديد قيمة المنوال في الفئة المنوالية

وبذلك نحصل على قيمة المنوال من العلاقة التالية:- $\boxed{Mod = A + x}$

حيث تحسب (x) من العلاقة التالية:- $\boxed{\frac{x}{L-x} = \frac{f-f_1}{f-f_2}}$

حيث: f = التكرار الفئة المنوالية

f_1 = التكرار السابق للفئة المنوالية

f_2 = التكرار اللاحق للفئة المنوالية

L = طول الفئة المنوالية

ahmed.hmood@sci.utq.edu.iq Geology dept. / Science college/ University of thi-Qar

❖ طرق حسابه:- (أ) في حالة البيانات المبوبة :- (١) بالحساب : (ب) طريقة الفروق (بيرسون)

$$\frac{x}{L-x}=\frac{f-f_1}{f-f_2} \Rightarrow \frac{x}{10-x}=\frac{30-20}{30-15} \Rightarrow \frac{x}{10-x}=\frac{10}{15}$$

$L=10$
$f=30$
$f_1=20$
$f_2=15$

ضرب الطرفين في الوسطين

$$15x=10(10-x)$$
$$15x=100-10x$$
$$25x=100$$
$$x=4$$

اذا ..... قيمة المنوال = Mod = A + x

Mod = 90 + 4 = 94

حصلنا على المنوال بطريقة الرافعة = ٩٤،٣ وبطريقة الفروق = ٩٤ وهي ادق من طريقة الرافعة

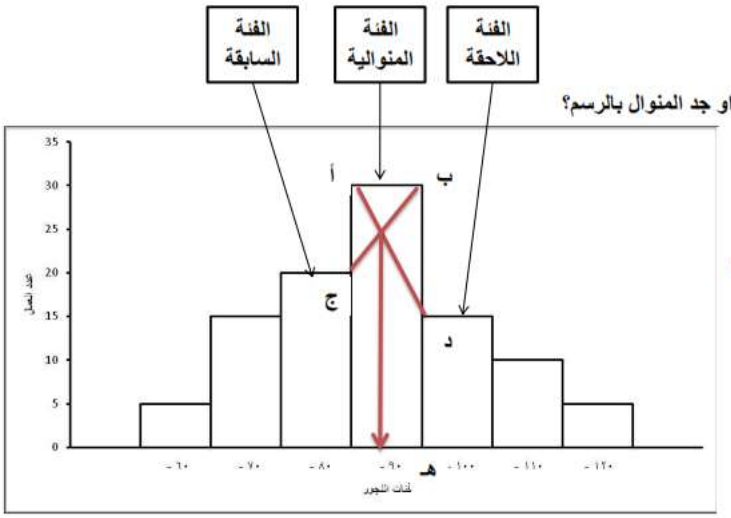
❖ طرق حسابه:- (٢) بالرسم

يتم حساب المنوال بالرسم من المدرج التكراري للبيانات – وان كان يكتفى برسم المستطيلات التي تمثل:
- مستطيل الفئة المنوالية
- مستطيل الفئة السابقة
- مستطيل الفئة اللاحقة

حيث نقوم بالتالي:-
- نصل الراس الايمن العلوي لمستطيل الفئة المنوالية بالراس العلوي لمستطيل الفئة السابقة
- ونصل الراس الايسر العلوي لمستطيل الفئة المنوالية بالراس الايسر العلوي لمستطيل الفئة اللاحقة
- عند نقطة تقاطع الخطين نسقط عمودا الى المحور الافقي (محور الفئات) وعندها تكون قيمة المنوال

❖ طرق حسابه:- (٢) بالرسم

مثال:
من المثال السابق (الاجور اليومية لـ ١٠٠ عامل) او جد المنوال بالرسم؟



الحل:
- نحصل على المدرج التكراري
- نصل الراس الايمن العلوي للفئة المنوالية (ب) بالراس الايمن العالوي للفئة السابقة (ج)
- كذلك نصل الراس الايسر العلوي للفئة المنوالية (أ) بالراس الايسر العلوي للفئة اللاحقة (د)
- من نقطة التقاطع نسقط عمودا على المحور الافقي لنحصل على قيمة المنوال (هـ) = ٩٣ تقريبا

ahmed.hmood@sci.utq.edu.iq Geology dept. / Science college/ University of thi-Qar