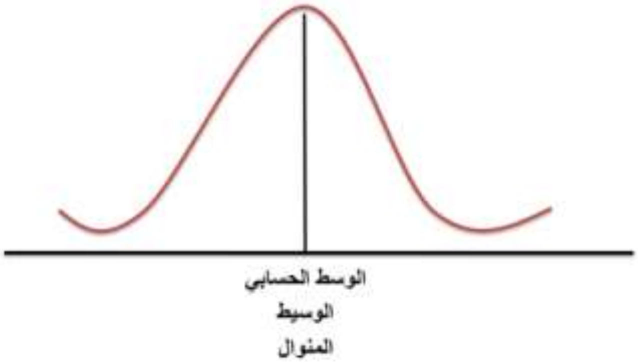
مقاييس النزعة المركزيه

3.4 العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال

❖ العلاقة بين الوسط الحسابي و الوسيط و المنوال:-

(أ) في حالة التوزيعات التكرارية المتماثلة – ذات التوزيع الطبيعي فان العلاقة بينها كالتالي:-

الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال



(ب) في حالة التوزيعات التكرارية القريبة من التماثل فان العلاقة المتوسطات كالتالي:-

(١) - المنوال = ٣ الوسيط – ٢ الوسط الحسابي .... (١)

(٢) – ونحصل على الوسط الحسابي من (١):-

المنوال = ٣ الوسيط – ٢ الوسط الحسابي

٢ الوسط الحسابي = ٣ الوسيط – المنوال بالقسمة على ٢

الوسط الحسابي = $\frac{3}{2}$ (الوسيط) - $\frac{1}{2}$ المنوال .... (٢)

(٣) – ونحصل على الوسيط من (١) :-

المنوال = ٣ الوسيط – ٢ الوسط الحسابي

٣ الوسيط = المنوال + ٢ الوسط الحسابي بالقسمة على ٣

الوسيط = $\frac{1}{3}$ (المنوال) + $\frac{2}{3}$ (الوسط الحسابي) .... (٣)

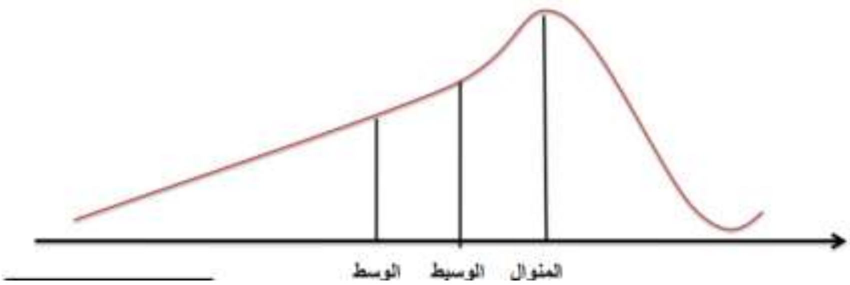
❖ العلاقة بين الوسط الحسابي و الوسيط و المنوال:-

(ج) في حالة التوزيعات الملتوية فان العلاقة المتوسطات كالتالي:-

- اذا كان التوزيع سالب الالتواء – ملتويا جهة اليسار فان العلاقة بين المتوسطات كالتالي:-

المنوال اكبر من الوسيط اكبر من الوسط الحسابي

وياخذ الشكل التالي:-



ahmed.hmood@sci.utq.edu.iq Geology dept. / Science college/ University of thi-Qar

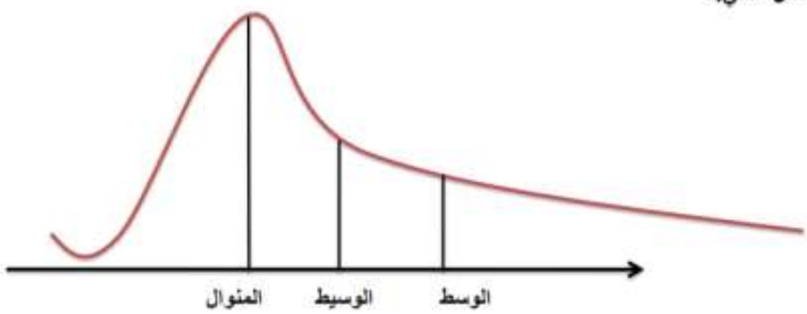
❖ العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال:-

(ج) في حالة التوزيعات الملتوية فان العلاقة المتوسطات كالتالي:-

- اذا كان التوزيع موجب الالتواء – ملتويا جهة اليمينفان العلاقة بين المتوسطات كالتالي:-

الوسط الحسابي اكبر من الوسيط اكبر من المنوال

ويأخذ الشكل التالي:-



❖ العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال:-

مثال: احدى التوزيعات القريبة من التماثل لها:

الوسيط = ١٧.٨

المنوال = ١٨

المطلوب: - ايجاد الوسط الحسابي - ما نوع الالتواء

الحل:

بما ان التوزيع قريب من التماثل فان :- الوسط الحسابي ≠ الوسيط ≠ المنوال

وحيث لدينا العلاقة بين الاوساط السابقة :-

المنوال = ٣ الوسيط – ٢ الوسط الحسابي

٢ الوسط الحسابي = ٣ الوسيط – المنوال ... بالقسمة على ٢

الوسط الحسابي = $\frac{٣}{٢}$ (الوسيط) - $\frac{١}{٢}$ (المنوال) ... وبالتعويض

الوسط الحسابي = $\frac{٣}{٢}$ (١٧.٨) - $\frac{١}{٢}$ (١٨)

الوسط الحسابي = ٢٦.٧ - ٩ = ١٧.٧

• العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال:-

- نوع الالتواء:

من قيم الاوساط نجد ان التوزيع له التواء سالب لان ترتيبها كالتالي :-

المنوال (١٨) اكبر من الوسيط (١٧.٨) اكبر من الوسط الحسابي (١٧.٧)

وتاخذ الشكل التالي:-

ahmed.hmood@sci.utq.edu.iq Geology dept. / Science college/ University of thi-Qar

3.5 الوسط الهندسي

❖ الوسط الهندسي (G.M):-
في حالة البيانات غير المبوبة: الوسط الهندسي لمجموعة من قيم هو الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم

فاذا كانت الظاهرة محل الدراسة (x) وتاخذ قيما موجبة عددها (n) كالتالي:-
$x_1 , x_2 , x_3 \ldots\ldots x_n$

$$\boxed{G.M = \sqrt[n]{x_1.x_2.x_3....x_n}\,.........(1)}$$

ويمكن تحويل الجذر الى صورة أسية كالتالي:-

$$\boxed{G.M = (x_1.x_2.x_3....x_n)^{\frac{1}{n}}\,.........(2)}$$

❖ الوسط الهندسي:-
ويمكن كذلك تحويل الصيغة الاسية الى صيغة لوغاريتمية كالتالي:-

$$\boxed{G.M = (x_1.x_2.x_3....x_n)^{\frac{1}{n}}}$$

$$\log G.M = \frac{1}{n}\log(x_1.x_2.x_3.....x_n)$$

وطبقا لقانون اللوغاريتمات:

$$\log G.M = \frac{1}{n}(\log x_1 + \log x_2 + \log x_3 + ... + \log x_n)$$

او

$$\boxed{\log G.M = \frac{\sum_{i=1}^{n}\log x_i}{n}\,...........(3)}$$

بعض الخصائص الخاصة باللوغاريمات.

Logarithm Rules

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^n = n\log_a x$$

ahmed.hmood@sci.utq.edu.iq Geology dept. / Science college/ University of thi-Qar

❖الوسط الهندسي:-

مثال: اوجد الوسط الهندسي للبيانات التالية:
(2 , 3 , 6, 8)

الحل:
عدد القيم n= 4
باستخدام صيغة الوسط الهندسي (2) :

$$\boxed{G.M = (x_1.x_2.x_3....x_n)^{\frac{1}{n}} ....(2)}$$

الوسط الهندسي =

$$G.M = (2.3.6.8)^{\frac{1}{4}} = (288)^{\frac{1}{4}} = 4.11$$

❖الوسط الهندسي:-

مثال: اوجد الوسط الهندسي للبيانات التالية:
(2 , 3 , 6, 8)

الحل:
عدد القيم n= 4
باستخدام صيغة الوسط الهندسي (3) :

$$\boxed{\log G.M = \frac{\sum_{i=1}^{n} \log x_1}{n} ....(3)}$$

باستخدام اللوغاريتم العادي للاساس ١٠

$$\log G.M = \frac{\sum_{i=1}^{4} \log 2 + \log 3 + \log 6 + \log 8}{4}$$

$$\log G.M = \frac{\sum_{i=1}^{4} 0.3010 + 0.4771 + 0.7781 + 0.9030}{4} = \frac{2.4592}{4} = 0.6148$$

وبايجاد العدد الذي لوغاريتمه (٠،٦١٤٨٥) نحصل على: G.M = 4.11

❖الوسط الهندسي:- الوسط الهندسي في حالة البيانات المبوبة

في حالة البيانات المبوبة (جدول تكرارية) فان :-

الوسط الهندسي =

$$\boxed{G.M = \sqrt[\sum f]{x_1^{f_1}.x_2^{f_2}.x_3^{f_3}...x_n^{f_n}} ....(1)}$$

او

$$\boxed{G.M = (x_1^{f_1}.x_2^{f_2}.x_3^{f_3}....x_n^{f_n})^{\frac{1}{\sum f}} ....(2)}$$

او باخذ لوغاريتم الطرفين

$$\log G.M = \frac{1}{\sum f} \log(x_1^{f_1}.x_2^{f_2}.x_3^{f_3}....x_n^{f_n})$$

$$\log G.M = \frac{1}{\sum f} (f_1 \log x_1 + f_2 \log x_2 + f_3 \log x_3 ... f_n \log x_n)$$

$$\boxed{\log G.M = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \log x_1}{\sum f} ....(3)}$$

حيث: (x) = مركز الفئة، (f) = التكرار

ahmed.hmood@sci.utq.edu.iq Geology dept. / Science college/ University of thi-Qar

❖ **الوسط الهندسي:-** الوسط الهندسي في حالة البيانات المبوبة

مثال: اوجد الوسط الهندسي من البيانات المبوبة التالية:-

الفئة	التكرار (f)
10 -	10
20 -	20
30 -	30
40 -	15
50 – 60	5
	Σ 80

❖ **الوسط الهندسي:-** الوسط الهندسي في حالة البيانات المبوبة

الحل: نحصل على البيانات التالية:-

- مركز الفئة (x)
- لوغاريتم مركز الفئة (log)
- حاصل ضرب التكرار (f) في لوغاريتم مركز الفئة (f log x)
- وضعها في جدول

الفئة	التكرار (f)	مركز الفئة (x)	Log (x)	f log(x)
10 -	10	15	1.1761	11.761
20 -	20	25	1.3979	27.958
30 -	30	35	1.5441	46.323
40 -	15	45	1.6532	24.798
50 – 60	5	55	1.7404	8.702
	$\sum f = 80$			$\sum f \log(x) = 119.542$

❖ **الوسط الهندسي:-** الوسط الهندسي في حالة البيانات المبوبة

الحل:

اذا

$$\sum f \log x = 119.542$$
$$\sum f = 80$$

$$\log G.M = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \log x_i}{\sum f} \quad ....(3)$$

$$\log G.M = \frac{119.542}{80} = 1.494$$

وباخذ العدد المقابل للوغاريتم، يصبح:

$$\boxed{G.M = 31.2086}$$

احيانا يسمى " وسط هندسي مرجح" – أي بتكرارت الفئات

ومن اهم مزايا الوسط الهندسي بانة يقوم بحساب متوسط النسب وحساب متوسط التغير بين مجاميع من البيانات