

مقاييس النزعة المركزية

3.6 المتوسط التوافقي

❖ **المتوسط التوافقي (H.M):-**

الوسط التوافقي لمجموعة من القيم لظاهرة ما هو مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات هذه القيم

مثال: نفترض ظاهرة (x) لها القيم التالية: (x₁, x₂, x₃, ..., x_n) خطوات الوسط التوافقي :-

١- اولا نحصل على مقلوبات القيم وهي: $\left(\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \dots, \frac{1}{x_n}\right)$

١- ثانيا نحصل على الوسط الحسابي لمقلوبات هذه القيم وهي $= \frac{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}{n}$

٣- ثالثا نحصل على مقلوب هذا الوسط الحسابي وهو الوسط التوافقي = $\frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}$

$$H.M = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_n}} = \text{او}$$

❖ **المتوسط التوافقي:- في حالة البيانات المبوبة:-**

الوسط التوافقي للبيانات المبوبة ياخذ الصيغة التالية:-

$$H.M = \frac{\sum f}{\sum \left(\frac{1}{x} \cdot f\right)}$$

..... ويسمى الوسط التوافقي المرجح

حيث: $x =$ مركز الفئة
 $f =$ التكرار

يستخدم المتوسط التوافقي في حساب المتوسط المعايير (المرجح) عندما يكون وزنا كبيرا للعينات الاقل تأثيرا

ووزنا صغيرا للعينات الاكثر تأثيرا

❖ **المتوسط التوافقي:-**

✓ مثال (١):

في مساحة على شكل مربع طول ضلعة = ١٠٠ كم مخصصة لسباق السيارات، وكانت سرعة احدى السيارات كالتالي:

١٠٠ كم/ساعة في مسافة الضلع الاول

٢٠٠ كم/ساعة في مسافة الضلع الثاني

٣٠٠ كم/ساعة في مسافة الضلع الثالث

٤٠٠ كم/ساعة في مسافة الضلع الرابع

المطلوب: احسب معدل سرعة السيارة لمسافة السباق كلها؟

❖ المتوسط التوافقي:-
✓الحل (١):

-سرعة السيارة في مسافة الاضلاع الاربعة هي : $x_1 = 100$, $x_2 = 200$, $x_3 = 300$, $x_4 = 400$

$$\left(\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \frac{1}{x_4} \right) = \frac{1}{100}, \frac{1}{200}, \frac{1}{300}, \frac{1}{400} \quad \text{- مقلوب هذه القيم هي =}$$

$$\frac{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}}{n} = \frac{\frac{1}{100} + \frac{1}{200} + \frac{1}{300} + \frac{1}{400}}{4} \quad \text{- الوسط الحسابي لمقلوبات هذه القيم =}$$

$$\frac{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}}{4} = \frac{\frac{1}{100} + \frac{1}{200} + \frac{1}{300} + \frac{1}{400}}{4} \quad \text{- إذا الوسط التوافقي =}$$

$$\frac{0.01 + 0.005 + 0.0033 + 0.0025}{0.02083} = \frac{4}{0.02083} = 192.03 \quad \text{كم/ساعة}$$

❖ المتوسط التوافقي:-

✓مثال (٢):

ثلاثة مدن (أ) و (ب) و (ج) متساوية في بعدها عن بعض، سافر راكب دراجة كالآتي:

- من (أ) ← (ب) بسرعة ٣٠ كم/ساعة

- من (ب) ← (ج) بسرعة ٤٠ كم/ساعة

- من (ج) ← (أ) بسرعة ٥٠ كم/ساعة

المطلوب: احسب متوسط سرعته في الرحلة كلها؟

❖ المتوسط التوافقي:-

✓الحل (٢):

- سرعة الدراجة في المسافات الثلاث هي : $x_1 = 30$, $x_2 = 40$, $x_3 = 50$

$$\left(\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3} \right) = \frac{1}{30}, \frac{1}{40}, \frac{1}{50} \quad \text{- مقلوب هذه القيم هي =}$$

$$\frac{3}{\frac{1}{30} + \frac{1}{40} + \frac{1}{50}} = \frac{3}{0.033 + 0.025 + 0.02} = \frac{3}{0.078} = 38.5 \quad \text{كم/ساعة = الوسط التوافقي}$$

❖ المتوسط التوافقي:-

✓مثال (٣):

- استثمر احد الافراد مبلغا من المال لمدة ٥ سنوات، وكانت معدلات العائد على الاستثمار هي كالآتي:

السنة الاولى = ١٠,٥%

السنة الثانية = ١٢%

السنة الثالثة = ١٤%

السنة الرابعة = ١٥,٥%

السنة الخامسة = ١٨%

المطلوب: احسب متوسط العائد على الاستثمار في السنوات الخمس؟

❖ المتوسط التوافقي:-

✓الحل (٣):

- نلاحظ ان القيم تعبر عن معدلات تغير وبالتالي **نستخدم الوسط التوافقي** او الهندسي- معدلات عائد الاستثمار هي : $x_1 = 10.5\%$, $x_2 = 12\%$, $x_3 = 14\%$, $x_4 = 15.5\%$, $x_5 = 18\%$

$$\text{- باستخدام الوسط التوافقي} = \frac{5}{\frac{1}{10.5} + \frac{1}{12} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15.5} + \frac{1}{18}}$$

$$\text{- الوسط التوافقي} = \frac{5}{0.095 + 0.083 + 0.071 + 0.064 + 0.055} = \frac{5}{0.369} = 13.5\%$$

❖ المتوسط التوافقي:-

✓الحل (٣):

- نلاحظ ان القيم تعبر عن معدلات تغير وبالتالي **نستخدم الوسط التوافقي** او الهندسي- معدلات عائد الاستثمار هي : $x_1 = 10.5\%$, $x_2 = 12\%$, $x_3 = 14\%$, $x_4 = 15.5\%$, $x_5 = 18\%$

$$\text{باستخدام الوسط الهندسي} = \sqrt[5]{10.5 \times 12 \times 14 \times 15.5 \times 18}$$

$$(10.5 \times 12 \times 14 \times 15.5 \times 18)^{\frac{1}{5}}$$

$$\frac{1}{5} \log(492156)$$

$$\text{..... وبأخذ العدد المقابل نحصل على:-} \quad \frac{1}{5} (5.6921) = 1.13842$$

الوسط الهندسي = 13.75 %

❖ المتوسط التوافقي:-

✓مثال (٤) الوسط التوافقي من بيانات ميبوية:

- من الجدول التكراري التالي **اوجد الوسط التوافقي:-**

الفئات	التكرار (f)
10 -	10
20 -	15
30 -	20
40 -	18
50 -	10
60 - 70	7
	80

❖ المتوسط التوافقي:-

✓الحل(4) الوسط التوافقي من بيانات مبوبة:
الوسط التوافقي للبيانات المبوبة =

$$H.M = \frac{\sum f}{\sum \left(\frac{1}{x} \cdot f \right)}$$

حيث:

x = مركز الفئة
 f = التكرار

$\frac{1}{x}$ = مقلوب مركز الفئة

وللحصول على هذه البيانات نكون جدول وفق الاتي

الفئات	التكرار (f)	مركز الفئة (x)	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x} \cdot f$
10 -	10	15	0.066	0.666
20 -	15	25	0.04	0.6
30 -	20	35	0.028	0.571
40 -	18	45	0.022	0.399
50 -	10	55	0.018	0.181
60 - 70	7	65	0.0135	0.107
\sum	80			2.527

$$H.M = \frac{\sum f}{\sum \left(\frac{1}{x} \cdot f \right)} = \frac{80}{2.527} = 31.7$$

❖ العلاقة بين الوسط الحسابي والهندسي والتوافقي:

- في حالة ان قيم الظاهرة (x) غير متساوية فان العلاقة بين هذه الاوساط تكون كالتالي:-

الوسط الحسابي اكبر من الوسط الهندسي اكبر من الوسط التوافقي

مثال: نفترض ان قيم الظاهرة (x) هي (5, 7) فان الاوساط كالتالي:-

$$\frac{5+7}{2} = 6 = \text{الوسط الحسابي}$$

$$\sqrt{5 \times 7} = 5.92 = \text{الوسط الهندسي}$$

$$\frac{2}{\frac{1}{5} + \frac{1}{7}} = \frac{2}{0.20 + 0.14} = 5.83 = \text{الوسط التوافقي}$$

ويتضح من العلاقة الوسط الحسابي اكبر من الوسط الهندسي اكبر من الوسط التوافقي

❖ العلاقة بين الوسط الحسابي والهندسي والتوافقي:

- في حالة ان قيم الظاهرة (x) متساوية فان العلاقة بين هذه الاوساط تكون كالتالي:-

الوسط الحسابي = الوسط الهندسي = الوسط التوافقي

مثال: نفترض ان قيم الظاهرة (x) هي (7, 7) فان الاوساط كالتالي:-

$$\frac{7+7}{2} = 7 = \text{الوسط الحسابي}$$

$$\sqrt{7 \times 7} = 7 = \text{الوسط الهندسي}$$

$$\frac{2}{\frac{1}{7} + \frac{1}{7}} = \frac{2}{0.14 + 0.14} = 7 = \text{الوسط التوافقي}$$

ويتضح من العلاقة الوسط الحسابي = الوسط الهندسي = الوسط التوافقي