مقاييس التشتت والاختلاف

4.1 مقدمة

❖مقدمة :-

سبق ان تعرفنا على خصائص الظاهرة وهي مقاييس النزعة المركزية مثل (المتوسطات) الا ان هذه المقاييس ليست كافية احيانا لوصف الظاهرة ومقارنتها مع ظواهر اخرى، حيث ان بعض الظواهر قد تتشابها في اوساطها ولكن قد تختلف في تباعد او تقارب بياناتها عن اوساطها مثال:-

نفترض لدينا مجموعتين لمادة الاحصاء ودرجات الطلاب كالتالي:-

المجموعة الاولى: (76 , 64 , 71 , 70 , 69)

المجموعة الثانية: (60 , 100 , 80 , 40 , 70) ولو حسبنا الوسط الحسابي للمجموعتين

الوسط الحسابي للمجموعة الاولى = $\frac{69+70+71+64+76}{5} = 70$

الوسط الحسابي للمجموعة الثانية = $\frac{70+40+80+100+60}{5} = 70$

ونلاحظ ان الوسطين متساويان = (70) درجة ولو اكتفينا بمقارنة الوسطين للظاهرة نستنتج ان مستوى الطلاب واحد او ان المجموعتين متجانسة، ولكن هذا يخالف واقع البيانات، لان درجات طلاب المجموعة الالولى تظهر متقاربة من بعضها البعض وتتركز حول وسطها الحسابي، بينما درجات الطلاب في المجموعة الثانية تظهر متباعدة اكثر من بعضها ومنتشرة في مدى اوسع. ولذلك نحن بحاجة الى مقاييس اخرى غير مقاييس النزعة المركزية تقيس مدى تقارب او تباعد مفردات الظواهر بعضها عن بعض، ولمعرفة مدى تجانس الظواهر في خصائصها.

هذه المقاييس تسمى مقاييس التشتت وسناخذ منها:-

١- المدى ٢- الانحراف المتوسط ٣- التباين ٤- الانحراف المعياري ٥- معامل الاختلاف

وهي مقاييس تقيس مدى تشتت بيانات ظاهرة ما أو مقدار التفاوت أو الاختلاف بين مفردات هذه الظاهرة

❖المدى: هو ابسط مقاييس التشتت وهو الفرق بين اكبر واصغر قيمة في مجموعات البيانات

- ✓ اذا كان صغيراً فان ذلك يعني ان القيم متقاربة او متجانسة (اقل تشتت)
- ✓ اذا كان كبيراً فيعني ان القيم متباعدة عن بعضها او غير متجانسة متشتتة

مثال: من بيانات الدخول لمجموعتين من الافراد اوجد المدى للمجموعتين:-

المجموعة الاولى (1300 , 1200 , 1000 , 1500)

المجموعة الثانية (2500 , 500 , 1200 , 800)

الحل: نجد ان:-

المجموعة الاولى: اقل قيمة = 1000 اكبر قيمة = 1500

المجموعة الثانية: اقل قيمة = 500 اكبر قيمة = 2500

المدى للمجموعة الاولى = 1500 – 1000 = 500 ريال

المدى للمجموعة الثانية = 2500 – 500 = 2000 ريال

وبما ان مدى المجموعة الاولى اقل من الثانية نستنتج ان المجموعة الاولى اكثر تجانسا او اقل تشتتا من المجموعة الثانية

4.2 المدى

❖المدى: من البيانات المبوبة

يحسب كالاتي: المدى = الحد الاعلى لاكبر فئة – الحد الادنى لاصغر فئة

ولا يمكن حسابه من الجداول المفتوحة

مثال: احسب المدى للبيانات المبوبة التالية:-

التكرار	الفئات
5	10 -
7	20 -
10	30 -
4	40 - 50

الحل:

الحد الاعلى لاكبر فئة = 50

الحد الادنى لاصغر فئة = 10

∴ المدى = 50 – 10 = 40

ويمكن ايضا حسابه باستخدام مركز الفئة كالتالي:-

المدى = مركز الفئة الاعلى – مركز الفئة الدنيا

= 45 – 15 =30

ahmed.hmood@sci.utq.edu.iq Geology dept. / Science college/ University of thi-Qar

❖ عيوب المدى :-

١- يعتمد على قيمتين فقط مما يعني انه غير كاف لقياس تشتت البيانات خاصة اذا كانت القيم الصغرى والكبرى متطرفة

٢- لا يمكن حسابه من الجداول ذات الفئات المفتوحة، ولذلك فهو قليل الاستخدام

4.3 الانحراف المتوسط

❖ الانحراف المتوسط (M.D) :-

هو متوسط الانحرافات المطلقة لقيم الظاهرة عن وسطها الحسابي

الانحرافات هي = الفروق بين كل قيمة من قيم الظاهرة ومتوسط الظاهرة

متوسط الانحرافات = مجموع الانحرافات ÷ عددها

وباخذ الصيغة الرياضية التالية:-

$$M.D = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}$$

حيث:

$\sum$ = مجموع

x = قيمة الظاهرة

$\bar{x}$ = الوسط الحسابي للظاهرة

n = عدد القيم

ملاحظة:

لكي لا يصبح مجموع الفروق = صفر ناخذ الفروق المطلقة بين كل قيمة والوسط الحسابي ولذلك وضعناها بين خطين متوازيين لتعبر عن الفرق المطلق $|x - \bar{x}|$ ، لاننا لو اخذنا الفروق كما هي سيلغي الموجب منها السالب

❖ الانحراف المتوسط :-

مثال:

اوجد الانحراف المتوسط للبيانات التالية:- (20 , 25 , 25 , 26 , 30 , 31 , 32)

الحل:

١- نوجد اولا الوسط الحسابي =

$$\bar{x} = \frac{20 + 25 + 25 + 26 + 30 + 31 + 32}{7} = 27$$

٢- نكون جدولا لحساب الفروق المطلقة كالتالي:

قيم الظاهرة (x)	الفروق المطلقة $\lvert x - \bar{x} \rvert$
20	7
25	2
25	2
26	1
30	3
31	4
32	5
	24

الانحراف المتوسط =

$$M.D = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}$$

$$M.D = \frac{24}{7} = 3.43$$

وهذا يعني ان قيم الظاهرة تنحرف في المتوسط عن وسطها الحسابي بمقدار= 3.43

❖ الانحراف المتوسط :- من البيانات المبوبة

يتم حسابه بالصيغة التالية:-

الانحراف المتوسط للبيانات المبوبة =

$$M.D = \frac{\sum |x - \bar{x}| \times f}{\sum f}$$

حيث:

x = مركز الفئة

$\bar{x}$ = الوسط الحسابي للبيانات المبوبة

f = التكرار

مثال:

احسب الانحراف المتوسط للبيانات المبوبة التالية:

الفئة	10 -	20-	30-	40-	50- 60	المجموع
التكرار (f)	15	20	29	24	12	100

ahmed.hmood@sci.utq.edu.iq Geology dept. / Science college/ University of thi-Qar

❖الانحراف المتوسط :- من البيانات المبوبة

الحل: ١- نكون جدول للحصول على البيانات المطلوبة كالتالي:-

الفئة	التكرار (f)	مركز الفئة (x)	X . F	$\lvert x-\bar{x}\rvert$	$\lvert x-\bar{x}\rvert \times f$
10 -	15	15	225	19.8	297
20 -	20	25	500	9.8	196
30 -	29	35	1015	0.2	5.8
40 -	24	45	1080	10.2	244.8
50 - 60	12	55	660	20.2	242.4
	100		3480		986

٢- الوسط الحسابي للبيانات المبوبة = $\bar{x} = \frac{\sum x.f}{\sum f} = \frac{3480}{100} = 34.8$

٣- الانحراف المتوسط للبيانات المبوبة المبوبة = $M.D = \frac{\sum |x-\bar{x}| \times f}{\sum f} = \frac{986}{100} = 9.86$

4.4 التباين

❖التباين :-

التباين أكثر مقاييس التشتت استخداما وهو متوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي ويرمز له (S^2)، وصيغته:-

$$S^2 = \frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n-1} \quad .....(1)$$

حيث:

$\sum$ = مجموع

x = قيمة الظاهرة

$\bar{x}$ = متوسط الظاهرة

n = حجم العينة

- أي انه مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي مقسوما على حجم العينة ناقص واحد (درجات الحرية) ويستخدم لكي نحصل على قيمة تباين مقدرة غير متحيزة
- يستخدم التباين كثيراً في الاحصاء الاستدلالي
- يلاحظ ان وحدة قياس التباين هي مربع الانحرافات تفاديا للانحرافات المطلقة كما هو في الانحراف المتوسط، والهدف لكي لا يكون مجموع المربعات = صفر ونتخلص من هذه المشكلة بتربيع الانحرافات

❖التباين :-

صيغة اخرى للتباين بعد فك قوس مربع الانحرافات $(x-\bar{x})^2$ يصبح كالتالي:-

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\right) \quad .....(2)$$

حيث:

$\sum x^2$ = مجموع مربع (x)

$(\sum x)^2$ = مربع مجموع (x)

ahmed.hmood@sci.utq.edu.iq Geology dept. / Science college/ University of thi-Qar

❖ التباين :-

مثال:

احسب التباين للبيانات التالية: (12 , 10 , 11 , 7 , 5)

الحل:

١- اولا نحصل على الوسط الحسابي = $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{12+10+11+7+5}{5} = \frac{45}{5} = 9$

٢- ثانيا نحصل على الانحرافات عن الوسط $(x-\bar{x})$ **ومربعها** $(x-\bar{x})^2$ **كالتالي:**

X	$(x-\bar{x})=(x-9)$	$(x-\bar{x})^2=(x-9)^2$
12	3	9
10	1	1
11	2	4
7	-2	4
5	-4	16
Σ		34

❖ التباين :-

٣- نحصل على التباين كالتالي:

X	$(x-\bar{x})=(x-9)$	$(x-\bar{x})^2=(x-9)^2$
12	3	9
10	1	1
11	2	4
7	-2	4
5	-4	16
Σ		34

التباين = $S^2 = \frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n-1} = \frac{34}{4} = 8.5$

نلاحظ ان قيمة التباين (8.5) كبيرة نسبيا مقارنة بقيم الظاهرة، وهذا بسبب ان التباين هو مربع الانحرافات، ونظرا لان مقاييس التشتت لابد ان تاخذ نفس وحدات القيم الاصلية، فاننا ناخذ الجذر التربيعي وهذا يسمى بالانحراف المعياري الذي سناخذه لاحقا

❖ التباين :-

باستخدام الصيغة الثانية:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\right) \quad .....(2)$$

X	x^2
12	144
10	100
11	121
7	49
5	25
$\sum x$ = 45	$\sum x^2$ = 439

التباين = $S^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\right) = \frac{1}{4}\left(439 - \frac{45^2}{5}\right) = \frac{1}{4}(34) = 8.5$

ahmed.hmood@sci.utq.edu.iq Geology dept. / Science college/ University of thi-Qar

❖التباين :- من البيانات المبوبة:-

التباين للبيانات المبوبة ياخذ الصيغة التالية:-

$$S^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 \times f}{n - 1}$$

حيث:

x = مركز الفئة

$\bar{x}$ = الوسط الحسابي

f = التكرار

- أي انه مجموع حاصل ضرب مربعات انحرافات مراكز الفئات عن وسطها الحسابي مقسوما على حجم العينة ناقص واحد (درجات الحرية)

مثال: احسب التباين للبيانات المبوبة التالية:-

الفئة	التكرار (f)
5 -	2
10 -	0
15 -	4
20 -	3
25 - 30	1

الحل: علينا ان نحصل على البيانات التالية:-

- مركز الفئة = x
- الوسط الحسابي = $\bar{x}$
- انحرافات مراكز الفئة عن الوسط الحسابي = $(x - \bar{x})$
- مربع الانحرافات = $(x - \bar{x})^2$
- حاصل ضرب مربع الانحرافات والتكرار= $(x - \bar{x})^2 \times f$

الحل:

الفئة	التكرار f	مركز الفئة x	$x \times f$	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 \times f$
5 -	2	7.5	15	10.5-	110.25	220.5
10 -	0	12.5	0	- 5.5	30.5	0
15 -	4	17.5	70	- o.5	0.25	1
20 -	3	22.5	67.5	4.5	20.25	60.75
25 - 30	1	27.5	27.5	9.5	90.25	90.25
	10		180			372.5

الوسط الحسابي = $\bar{x} = \frac{\sum x \times f}{\sum f} = \frac{180}{10} = 18$

∴ التباين $S^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 \times f}{n - 1} = \frac{372.5}{9} = 41.38$

ahmed.hmood@sci.utq.edu.iq Geology dept. / Science college/ University of thi-Qar